

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ****“ADOLF HAIMOVICI”****Filiera vocațională – Profilul uman – specializarea pedagogie****Etapă locală, 16 februarie 2019****Clasa a XII-a****Subiectul I (7 puncte)**

Numim cod o matrice  $X$  de ordin 3 care are trei elemente egale cu 1, iar restul egale cu 0. Dacă, în plus,  $\det X \neq 0$ , codul se numește supercod.

- a) Dați un exemplu de cod și un exemplu de supercod;  
b) Dacă  $X$  este un supercod, arătați că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1;

**Subiectul II (7 puncte)**

Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt parametri reali.

- a) Pentru  $a = 2$ , să se determine valorile parametrului real  $b$  pentru care matricea  $A$  este inversabilă;  
b) Pentru  $a = 2$  și  $b = 1$ , să se determine  $A^{-1}$ , unde  $A^{-1}$  este inversa matricei  $A$ ;  
c) Fie ecuația de gradul al doilea  $x^2 - x - 5 = 0$  ale cărei soluții sunt  $x_1$  și  $x_2$ . Dacă  $a = x_1$  și  $b = x_2$ , să se calculeze determinantul matricei  $A$ .

**Subiectul III (7 puncte)**

Fie matricele  $M = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = M + 2a I_2$ , cu  $a$  număr real.

- a) Să se determine valorile parametrului real  $a$ , pentru care  $\det(A) = 36$ ;  
b) Pentru  $a = \frac{1}{2}$ , să se rezolve ecuația matricială  $AX = M$ ;  
c) Să se verifice că  $A^2 = 4aA - 4a^2 I_2$ , pentru  $a$  număr real.

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie numerele reale  $a, b, c$  și determinantul  $D = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$

- a) Să se demonstreze că  $D = (b-a)(c-a)(c-b)$ ;  
b) Să se arate că dacă  $D = 0$ , atunci cel puțin două dintre numerele  $a, b, c$  sunt egale;  
c) Să se arate că dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere întregi atunci  $D$  este un număr întreg par.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii;

**Adresa:** Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea

**Tel:** +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax:** +40 (0) 359 43 62 07,

**Fax:** +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,

**Web:** www.isjbihor.ro - **E-mail:** contact@isjbihor.ro